

Rechenregeln

$x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
 $\cos(0) = 1$
 $\sin(x) = 0$
 $\cos = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
 $\sin = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$
 $\log_a(u^k) = k \cdot \log_a(u)$
 $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a(x)$

Ableitungen

$7x + 8 \Rightarrow 7$
 $x^2 - 2 \Rightarrow 2x$
 $|x| \Rightarrow \frac{1}{x^2}$
 $\frac{1}{x^2} \Rightarrow -\frac{2}{x^3} = -\frac{2}{x^3}$

$\exp(x) \Rightarrow \exp(x)$
 $\sin(x) \Rightarrow \cos(x)$
 $\cos(x) \Rightarrow -\sin(x)$
 $-\sin(x) \Rightarrow -\cos(x)$

Vektoren

Gänge: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{10}$

Geschw. eines Vektors auf einer Kurve

1. Abl $\vec{p}'(t)$
2. Abl $\vec{p}''(t)$

Gänge einer Kurve \Rightarrow Betrag da 1. Abl

Bsp.: Einheitskreis $(\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$

1. Abl $\begin{pmatrix} -2\pi \sin 2\pi t \\ 2\pi \cos 2\pi t \end{pmatrix}$

Betrag $\sqrt{(-2\pi \sin 2\pi t)^2 + (2\pi \cos 2\pi t)^2} = 2\pi$

Drehmatrix

Rsp nach rechts $\begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}$
 nach links $\begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}$

$f(x) = 3x^3 \sin(x^3)$
 $f'(x) = 3 \sin(x^3) + \cos(x^3) \cdot 9x^2$

Binom-Formel

$x^2 - 133x = -2625$
 $x^2 - 2 \cdot 65x + 65^2 = -2625 + 65^2$
 $(x - 65)^2 = 1600$
 $x - 65 = \pm \sqrt{400}$
 $x_1 = 25 \quad \& \quad x_2 = 105$

Logarithmus

$Y = 10^3 \Rightarrow x = \log_{10}(1000) = 3$
 $\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$
 $\log_a \sqrt{u} = \frac{1}{2} \cdot \log_a(u)$

Ableitungsregeln

Kettenregel (äußere mal innere)
 $f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$
 $(2-3x^2)^3 \Rightarrow 3(2-3x^2)^2 \cdot (-6x)$

Produktregel

$f(x) = g \cdot h \Rightarrow g' \cdot h + g \cdot h'$

Quotientenregel (Steigung im Bruch)

$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Skalarprodukt

$\vec{x} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 16 \\ 9 \end{pmatrix} = -7 + 16 + 27 = 36$
 wenn 0 dann orthogonal

Vektorprodukt

$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$
 via Drehmatrix

Tangentengerade (Kurve)

$fg: \vec{p}(t) + \lambda \begin{pmatrix} \vec{p}'(t) \end{pmatrix}$
 $fg \text{ Skl: } \vec{p} \begin{pmatrix} \cos(2\pi t) \\ \sin(2\pi t) \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2\pi \sin 2\pi t \\ 2\pi \cos 2\pi t \end{pmatrix}$

Trapezrechnung

$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{1}{2}$
 $\int_a^b f(x) dx = \frac{f(a) + f(a+\Delta x)}{2} \cdot \Delta x + \dots$
 $\frac{f(a+\Delta x) + f(a+2\Delta x)}{2} \cdot \Delta x + \dots$
 $A = \frac{c+d}{2} \cdot d$



Bsp. $p \in [0, 1]$

$$\int_0^1 \exp(t) dx = \left((1 \cdot \exp(0)) + (4 \cdot \exp(0.25)) + (2 \cdot \exp(0.5)) + \dots + (\exp(1)) \right) \cdot \frac{\Delta x}{3}$$

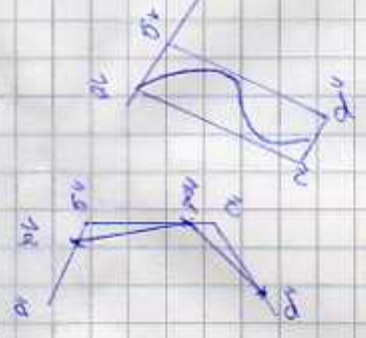
Fix $\rightarrow \frac{\Delta x}{3}$

Schmiegekreis

Krümmung = $\frac{|p''(t) \cdot R_{\text{Bsp}} \cdot p'(t)|}{|p'(t)|^3}$ **Radius** = $\frac{|p'(t)|^3}{|p''(t) \cdot R_{\text{Bsp}} \cdot p'(t)|}$

Mittelpunkt = $\frac{|p'(t)|^3}{p''(t) \cdot R_{\text{Bsp}} \cdot p'(t)} \cdot R_{\text{Bsp}} \cdot \ddot{p}(t)$

Beobachtung $t \in [0, 1]$



$p'(0) = -3a^2 + 3b^2 = 3(b^2 - a^2)$
 $p'(1) = -3a^2 + 3b^2 = 3(b^2 - a^2)$
 $p'(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4}a^2 - \frac{3}{4}b^2 + \frac{10}{4}ab + \frac{3}{4}a^2$

Dr. Gallejan

$\vec{a} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$
 $\vec{c} = (1-t)\vec{c} + t\vec{d}$
 \dots

Kurven \rightarrow Gradient bestimmen

Bsp. $f(x,y) = 6$
 $(x,y) = x^2 + y^3 + x$
 Punkt $(2,1)$

Benutzung partielle Ableitung

$\frac{\partial f}{\partial x} \rightarrow$ was nach x ableiten

$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y^3 + 1 \quad \left(\begin{matrix} 4 \cdot 1 + 1 \\ 4 \cdot 3 + 1 \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$
 $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 + x \quad \left(\begin{matrix} 4 \cdot 3 + 1 \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$

Gradient

Richtungsvektor der Tangente:

$\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix} \right.$

Näherung von Funktionen
Allg. Formel

$x = \frac{x^2}{0,00} + \frac{x^3}{0,0000}$

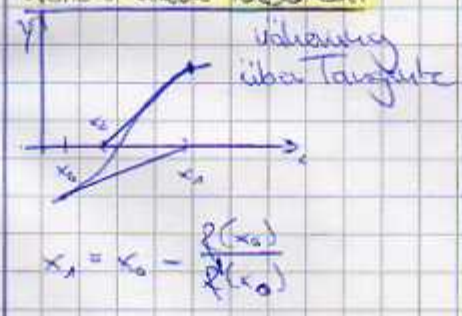
$f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$
 Bsp.: $x_0 = 1$ $f(x) = \frac{1}{x}$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ $f''(x) = \frac{2}{x^3}$
 $1 + \left(-\frac{1}{1^2}\right)(x-1) + \frac{(2)}{2!} \frac{(x-1)^2}{1^3} = \frac{6}{1^4} \dots$

Binäre Teilung

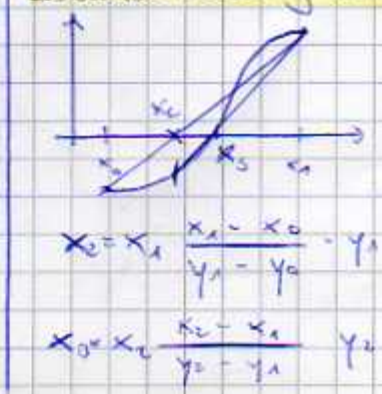
$x_2 = -3$
 $x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2} = -0,5$
 \dots
wichtig!
 x_0 muss -
 x_1 muss +
 $x_2 = \frac{x_0 + x_1}{2}$



Ukter nach Newton:



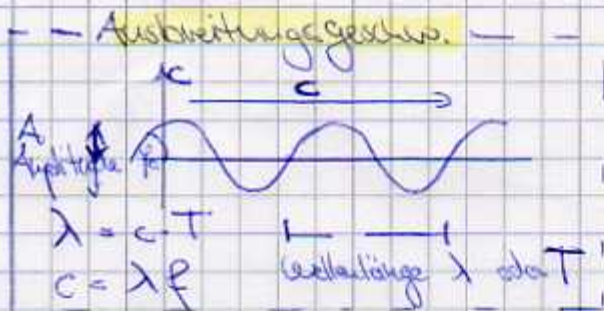
Selektion Näherung Summenreue



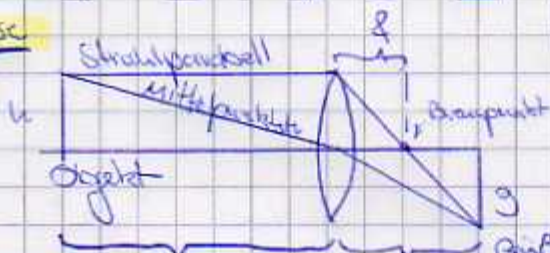
Physik

Strecke = Geschw. * Zeit
 $x = v \cdot t$

Schwerkbeschleunigung
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$



Linse



Vergrößerung
 $\frac{b}{a} = \frac{h'}{h}$

Scharfe Abbildung!
 $f = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

$\frac{g}{h} = \frac{h'}{f}$

RGB CMY Tabelle

	R	G	B	C	M	Y
R	-	-	x	x	x	-
G	-	x	-	x	-	x
B	x	-	-	-	x	x

Abstrahl	Force	Druck (Pa)
0	= 1	= 1
10	= 10	= 3
40	= 10000	= 100
20	= 100	= 10
6	= 4	= 2
3	= 2	= $\sqrt{2}$
-10	= 10	13
-6	14	12
-3	12	$\sqrt{2}$

40 + 40 + 6 + 10
 100 Pa · 100 Pa · 2 Pa · 2 Pa
 6000 Pa \approx 96 dB

Cast (P)

1 W | 10 h
 2 W | 5 h

$P \cdot t = 10 \text{ Wh}$

Rechenregeln

$10 \text{ km/h} = 10 \frac{1000}{3600} = 100/3,6 \text{ m/s}$

$20 \text{ dm}^3 = 20 \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{2}{100} \text{ m}^3$

Kraft = $N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
 Energie = $J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
 Leistung = $\text{W} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$ (Watt)

Kraft = $m \cdot a$
 = Masse · Beschl
 $\text{Watt} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ $f = \frac{1}{T}$

Allgemeine Sinusschw.

$A \sin(2\pi(f \cdot t) \varphi_0)$

Licht

1 Lux = 1 Lumen / m^2
 (Beleuchtungsstärke)
 1 W = Gesamtleistung einer Lichtquelle

Druck

1 Pa = 1 $\frac{N}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$

1 Bel = $\frac{10}{1}$ dB

$\frac{1}{10}$ dB = 0,1 Bel

Atmosphärendruck $\approx 10^5$ Pa
 ≈ 100.000 Pa

Auto bremst von 100 auf 50



$\Delta_1 = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{50 \cdot 10}{2} = 250$

$\Delta_2 = \frac{250}{3,6}$

≈ 69